

南开大学 2018 级文科高等数学统考试卷 (A 卷) 2019 年 1 月 7 日草稿区

姓名: _____ 学号: _____ 院系专业: _____ 任课教师: _____

题号	一	二	三	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分						

(说明: 答案务必写在装订线右侧, 写在装订线左侧无效。)

一、填空题 (每小题 3 分, 共 36 分)

一题得分	
------	--

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+3}-2} =$.

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{x}} =$.

3. 抛物线 $y = x^2 + 2x + 3$ 上点处切线平行于直线 $y = -2x$.

4. $y = e^{-x^2}$, 则 $y'|_{x=1} =$.

5. 若函数 $f(x)$ 可导且 $f'(0) = 1$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)-f(-h)}{h} =$.

6. $f(x) = e^{|x-3|}$ 在 $[-5, 5]$ 最小值为.

7. $\int \frac{e^x}{1+9e^{2x}} dx =$.

8. $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx =$.

9. 曲线 $y = x^3$ 与直线 $y = 2x$ 在第一象限中所围成图形的面积是.

10. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} =$.

11. 设 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, 则 $AB =$.

12. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & 7 \\ 2 & 8 & 6 & 12 \end{pmatrix}$, 则 $r(A) =$.

装订线二

装订线一

二、计算题：（每小题 8 分，共 56 分）草稿区

1. 计算 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan x - \sin x}{\pi - x}$.

二题 得分	
----------	--

2. 求函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{1}{3}$ 的单调区间与极值.

3. 求不定积分 $\int \frac{\sqrt{x}}{1-x} dx$.

4. 求定积分 $\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos\sqrt{x} dx$.

5. 设函数 $f(x)$ 有连续的导函数, $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, 若函数 $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)+2\sin x}{x} & x \neq 0 \\ A & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 求常数 A 的值.

草稿区

6. 解矩阵方程, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 矩阵 X 满足 $AX+I=A^2+X$, 其中 I 为三阶单位矩阵, 求 X .

草稿区

7. 解线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 8 \end{cases} .$$

三、解答题（每小题 4 分，共 8 分）草稿区

1. 设 $f(t) = \lim_{x \rightarrow \infty} t \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2tx}$ ，求 $f'(t)$

三题 得分	
----------	--

2. 二阶方阵的秩只能是 0、1、2 三者之一，设 A、B 均为二阶方阵，请尝试给出

 $r(A) + r(B) - r(A + B)$ 的所有可能取值，对每一个取值均给出 A、B 的例子，例如 $A = B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 时， $r(A) + r(B) - r(A + B) = 0$ ，请按以下表格给出 A、B 的实例，自己确定表格所需的行数，每个 $r(A) + r(B) - r(A + B)$ 的取值只需一组例子即可（0 已给出，不用再举例子）。

$r(A) + r(B) - r(A+B)$	A	$r(A)$	B	$r(B)$	A+B	$r(A+B)$
0	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮